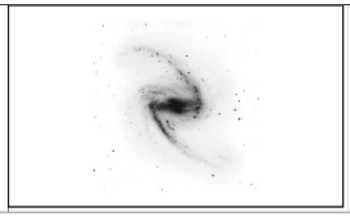
IV Всеукраїнська учнівська олімпіада з астрономії м. Львів, 23-28 березня 2014 р.		Теоретичний тур 11 клас

Завдання 1 (10 балів)

Затемнювано-подвійні зорі. Серед подвійних зір зустрічаються такі, що площина орбіти майже точно проходить через земного спостерігача. Тоді у сполученнях один компонент буде перекривати інший і загальний блиск буде зменшуватись. Такі затемнення вперше були виявлені у Алголя (β Per) у 1670 р.
Визначте:
а) умову для величини кута нахилу орбіти i (це кут між променем зору та перпендикуляром до площини орбіти), за яким система буде затемнюваною;
б) за яких умов крива зміни блиску затемнювано-подвійної зорі матиме однакові мінімуми.
Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язок

а) З рис. 1 видно, що

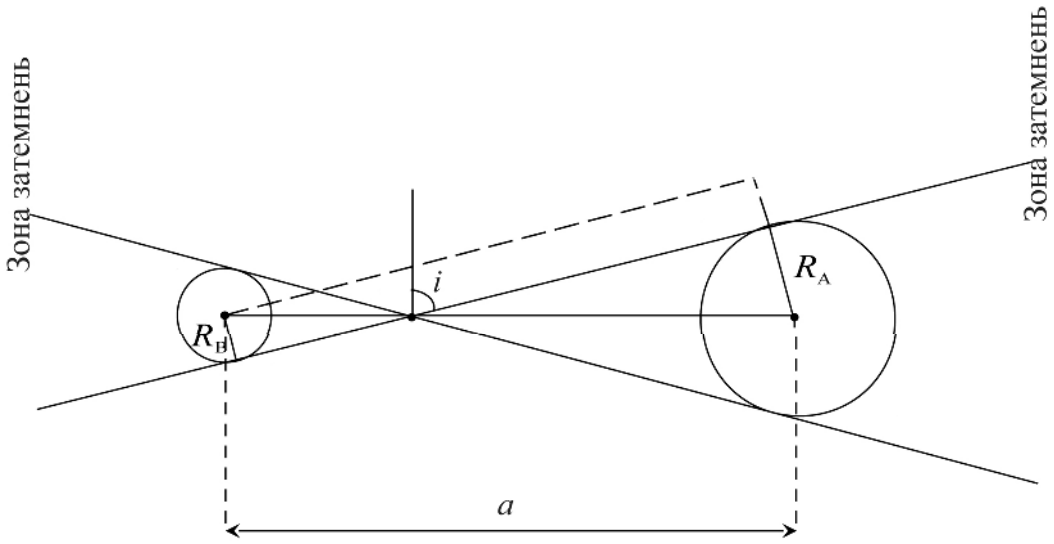


Рис. 1

$$\sin|90^\circ - i| \le \frac{R_A + R_B}{a},$$

де a — велика піввісь відносної орбіти.
б) Будемо для спрощення розглядати центральні затемнення. Тоді для глибини мінімуму на кривій блиску у випадку, коли більший компонент попереду, можна записати

$$\Delta m_1 = 2{,}5 \lg \left(\frac{\pi R_A^2 \sigma T_A^4 + \pi R_B^2 \sigma T_B^4}{\pi R_A^2 \sigma T_A^4} \right).$$

Для глибини мінімуму у разі, коли менша зоря попереду, можна записати

$$\Delta m_2 = 2{,}5 \lg \left(\frac{\pi R_A^2 \sigma T_A^4 + \pi R_B^2 \sigma T_B^4}{\pi R_B^2 \sigma T_B^4 + \left(\pi R_A^2 - \pi R_B^2\right) \sigma T_A^4} \right).$$

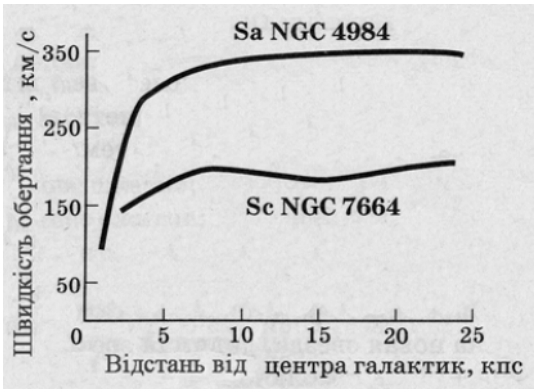
Тоді різниця глибини мінімумів дорівнює

$$\Delta(\Delta m) = \Delta m_1 - \Delta m_2 = 2{,}5 \lg \left\{ 1 + \left[\left(\frac{T_B}{T_A} \right)^4 - 1 \right] \cdot \left(\frac{R_B}{R_A} \right)^2 \right\}.$$

З цієї формули видно, що крива блиску затемнювано-подвійної зорі буде мати однакові мінімуми за умови рівності ефективних температур компонентів $T_A = T_B$, причому незалежно від співвідношення їх радіусів.

Завдання 2 (8 балів)

Маси галактик. Знайти маси галактик NGC 4984 і NGC 7664 за їх кривими обертання, показаними на графіку.



Розв'язок

1) Формула, по якій можна оцінити масу галактики: $M = (R \times v^2)/G$, де M — масса галактики; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Н×м^2× кг$^{-2}$ — гравітаційна стала; v — швидкість обертання зовнішньої частини галактики; R — радіус галактики.
2) Із графіків видно, що на віддалі 25 кпк від ядра швидкість обертання зір для галактики NGC 4984 рівна $v_1 = 350$ км/с, а для галактики NGC 7664 – $v_2 = 200$ км/с.
3) Ураховуючи, що $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Н×м^2× кг$^{-2}$, а 1 пк = 3×10^{16} м, за формулою $M = (R \times v^2)/G$, визначаємо значення мас галактик:
$M_1 = (25 \times 10^3 \times 3 \times 10^{16} \times (3{,}5 \times 10^5)^2) / 6{,}67 \times 10^{-11} = 6{,}9 \times 10^{11}$ мас Сонця.
$M_2 = (25 \times 10^3 \times 3 \times 10^{16} \times (2 \times 10^5)^2) / 6{,}67 \times 10^{-11} = 2{,}3 \times 10^{11}$ маси Сонця.

Завдання 3 (12 балів)

SN2004A Ia. У сузір'ї Великого Лева (Leo Major, LMa) в 2004 р. спалахнула яскрава зоря, що за блиском була тільки трохи слабшою від Венери. Її позначили SN2004A та віднесли до типу Ia. Про зорі цього типу відомо, що в максимумі блиску їх зоряна величина є однаковою і дорівнює $-19^m.3$. Видима зоряна величина SN2004A в максимумі блиску становила $m = -3^m.4$. У 2014 році в ділянці неба, де спостерігався спалах, було виявлено емісійне кільце діаметром 2′ 07″, центр якого точно співпав із положенням SN2004A.

1) Яке явище спостерігали у 2004 році? 2) Яка відстань до SN2004A? 3) Який лінійний розмір кільця? 4) На основі отриманих розрахунків пояснити природу емісійного кільця. 5) Які дві суттєві неточності в умові задачі?

Розв'язок

1) Якщо зоря була позначена як SN2004A, то це наднова, що спалахнула на початку 2004 року (визначаємо за літерою A).
2) Відстань до наднової визначається з $M = m + 5 - 5\lg r$.
$\lg r = 0.2(m + 5 - M) = 0.2(-4^m.3 + 5 + 19^m.3) = 4$. $r = 10000$ пк = 32570 св. р.
3) Лінійний радіус кільця дорівнює $R = \frac{\vartheta \cdot r}{2 \cdot 206265} = \frac{127 \cdot 32570}{2 \cdot 206265} = 10 св.р.$
4) Світле кільце було знайдено у 2014 році, якій нещодавно розпочався, тобто можна вважати, що між спалахом та спостереженням кільця пройшло 10 років. Світле кільце, центр якого співпадає з положенням наднової, обов'язково пов'язано з зорею. Воно може бути скинутою оболонкою або світловим відлунням. Характерна швидкість розширення оболонки вимірюється тисячами кілометрів у секунду, що приблизно у 100 разів менше швидкості світла. Тому лінійний радіус кільця дозволяє виключити один з випадків. Лінійний радіус кільця дорівнює 10 світлових років, тобто це кільце є світловим відлунням, а не оболонкою.
5) Сузір'я Великого Лева немає, в 2004 р. такої Наднової не було.

Завдання 4 (10 балів)

M13. «Велике Скупчення в Геркулесі» — один із найвідоміших об'єктів «далекого космосу» (відстань до скупчення складає 7600 пк). Це кулясте скупчення має видиму зоряну величину +5.8, і тому його видно неозброєним оком при відмінному прозорому небі і малому його засвіченні. Через невеликий телескоп чи бінокль скупчення має вигляд світлої дифузної плями, однак у дещо потужніший телескоп воно виглядає як хмара окремих зір.
1) Оцінити кількість зір у скупченні, вважаючи, що усі його зорі мають параметри близькі до сонячних.
2) Припустивши для простоти, що зорі скупчення однорідно розподіленні у сфері радіуса 84 світлових роки, оцінити параметри телескопа, у який при візуальних спостереженнях скупчення виглядатиме як хмара окремих зір, а не як туманна пляма.
Примітки: Неозброєне людське око на нічному небі здатне бачити зорі до 6 зоряної величини, а також може розрізнити предмети (зорі на небі, літери в підручнику, тощо), якщо вони рознесені на кутову відстань не меншу ніж одна кутова мінута. Діаметр зіниці ока у темряві рівний 0.8 см. При оцінці параметрів телескопа, слід виходити із того, що скупчення повністю має попасти в поле зору телескопа. Дослідним шляхом встановлено, що діаметр поля зору телескопа S, залежить від збільшення телескопа як S = W/G, де G = *F*/*f*, *F* і *f* — фокусні відстані об'єктива та окуляра телескопа, W = 2000′ — діаметр поля зору окуляра, який слід покладати однаковим для окулярів із різною фокусною відстанню.

Розв'язок

1) Вважатимемо, що міжзоряні відстані у скупченні є набагато більші за розміри зір, тому зорі не перекриватимуть одна одну, і, як наслідок, світність скупчення є рівною сумарній світності його зір. З формули **M = m - 5(lg(d)-1)**, де **d=7500** пк — відстань до скупчення в парсеках, знаходимо абсолютну світність скупчення **M = 5.8 - 5·(lg(7500) - 1) = - 8.6**.
За формулою $\mathbf{N = L/Ls = 10^{0.4\cdot(Ms-M)}}$ шукаємо кількість зір: $\mathbf{N = 10^{0.4\cdot(4.77+8.6)} = 2.2\cdot10^5}$ **зір**.
2) Спочатку потрібно оцінити поверхневу концентрацію зір у центрі скупчення. Товщина скупчення в центрі дорівнює **L = 84·2 = 168** світлових років, або **168/3.26 = 51.5** пк. В циліндричному об'ємі **v = s·L**, де **s** — площа основи циліндра, міститься **DN = (N/V)·v** зір, де $\mathbf{V = (4/3)\cdot\pi\cdot(L/2)^3}$ — об'єм скупчення. Тобто на одиницю площі небесної сфери радіуса **7600** пк припадає $\mathbf{\Delta N/s = 3\cdot2^3\cdot N/(4\cdot\pi\cdot L^2) = 158.4}$ зорі/пк^2. Середня відстань між зорями спроектованими

на площину небесної сфери в центрі скупчення становить $\mathbf{(1/158.4)^{1/2} = 0.08}$ пк, що аж на **6** порядків перевищує розміри Сонця! Середня кутова відстань між зорями складатиме **0.08/7600 = 0.000010526** радіани = **0.000010526·180·60·60/π = 2.2″**.

3) Оцінюємо параметри телескопа.

а) Оскільки око людини може розпізнати дві окремі зорі віддалені на відстань приблизно більшу ніж 1′ = 60″, то для розділення центральної частини скупчення на окремі зорі, збільшення телескопа G = *F*/*f* повинно бути більшим величини **60/2.2 = 27.3**.

б) Для того, щоб скупчення помістилось в полі зору телескопа, необхідно, щоб діаметр поля зору телескопа **S** був більшим величини **51.5/7500 = 0.00687** радіани = **23.6'**. Для цього збільшення телескопа повинно бути меншим **2000/23.6 = 84.75**. Отож, матимемо, що $\mathbf{27.3 < F/f < 84.7}$.

в) Діаметр телескопа D слід підібрати таким, щоб Сонце із відстані **750**0 пк в окулярі телескопа мало максимум шосту зоряну величину ($\boldsymbol{m \le 6}$). Телескоп збільшує потік світла від зорі в $\mathbf{I/I_0 = (D/8\ мм)^2}$ разів у порівняні із потоком, який потрапляє в неозброєне око людини з діаметром зіниці 8 мм. Зоряна величина Сонця, розташованого на відстані **7500** пк, рівна $\boldsymbol{m_0 = M + 5\cdot(lg(d)-1)}$ = **4.77 + 5·(lg(7500)-1) = 19.17**. Остаточно із формули $\boldsymbol{m - m_0 = -2.5\cdot lg(I/I_0) = -5\cdot lg(D/8\ мм)}$, матимемо що $\mathbf{D \ge 8\ мм \cdot 10^{(19.17-6)/5} = 3444.2\ мм = 3.5\ м.}$

Отже, для візуального розділення скупчення Геркулеса на окремі зорі, потрібен телескоп із великим дзеркалом.

Завдання 5 (10 балів)

ШСЗ. Орбіта штучного супутника Землі (ШСЗ) знаходиться в площині екватора. Лазерно-локаційній станції (ЛЛС), розміщеній на широті 49°, вдалося виміряти найкоротший для цієї ЛЛС проміжок часу між випроміненням лазерного променя і його реєстрацією після відбиття від супутника (500 мс) для найвіддаленішої точки орбіти. Відомо, що період обертання ШСЗ становить 30.5 год. Знайти на яку найближчу віддаль наближається супутник до поверхні Землі? Якої найбільшої швидкость досягає цей ШСЗ при русі по своїй орбіті, якщо відомо, що найменша швидкість на ній становить 1.5 км/с? Землю вважати сферично-симетричною з однорідним розподілом густини та радіусом 6371км. Сповільненням променя у Земній атмосфері знехтувати.

Розв'язок

Відстань виміряна ЛЛС $l = ct/2$ = 75000 км. Нехай $R_З$ = 6371 км — радіус Землі. З умови задачі випливає, що у момент локації ЛЛС і супутник перебували у площині перпендикулярній до площини орбіти (і екватора). Тоді відстань від центру Землі (силового центру) до афелію :

$$R_{max} = (l^2 - R_З^2 \sin^2\varphi)^{0.5} + R_З\cos\varphi = 79026 \text{ км}.$$

З третього закону Кеплера, порівнюючи з Місяцем, велика піввісь орбіти буде:

$$a = a_М \cdot (T/T_М)^{2/3} = 384400 \text{ км}\cdot(30.5\cdot3600/(27.322\cdot86400))^{2/3} = 49716 \text{ км}.$$

Отже відстань від перигелію до центру Землі: $R_{min} = 2a - R_{max}$ = 2·49716-79026 = 20406 км.
А відстань до поверхні буде $R_{min} - R_З$ = **14035 км**.

Максимальною швидкість буде в перигелії ($v_П$), мінімальна — в афелії ($v_А$). З другого закону Кеплера: $v_П / v_А = R_{max}/ R_{min}$. Отже, $v_П = v_А R_{max}/ R_{min}$ = 1.5 км/с · 3.87 = **5.8 км/с**.